Ortsbestimmung anhand der Sonne

Mit Patrick Lenz, damals Schüler der 7. Klasse, nahm ich mit diesem Thema am von der ESA ausgeschriebenen österreichweiten Projekt **Sea & Space 1998** teil. Mit diesem Projekt erreichten wir den 3. Platz und wurden zur Preisverleihung durch den damaligen Wissenschaftsminister Eigen nach Wien eingeladen. Wir bestimmten dabei die Koordinaten unserer Schule.

1) Geschichte der Positionsbestimmung

1.1 Die Festlegung der Längen- und Breitenkreise

Auf nahezu allen Landkarten und Globen sind dünne Linien eingezeichnet. Dieses Gitternetz stellt ein Koordinatensystem dar, bei dem jeder Ort seine spezifische Koordinaten besitzt. Es war notwendig ein solches System einzuführen, wie sollte man sonst von einer Position zur anderen gelangen, wenn man nicht weiß, wo dieser Ort liegt?
Das Gitternetz der geographischen Längen- und Breitenkreise ermöglicht eine exakte Positionsbestimmung durch zwei Koordinaten auf der Erde. Es ist jedoch erforderlich, von bestimmten Orientierungspunkten auszugehen. Dass der Äquator die Grundlinie zur Messung der Breitengrade bildet, ist leicht einsehbar. Um zu ergründen, warum gerade Greenwich der Bezugspunkt für die geographische Länge darstellt, und wie die Entstehung dieses Systems vor sich ging, müssen wir im Buch der Geschichte einige Seiten zurückblättern.

Das erste Konzept zur geographischen Ortsbestimmung wurde bereits im 2. Jahrhundert v. Chr. vom Astronomen Hipparch von Nikaia erdacht, wobei er die Insel Rhodos als Bezugspunkt wählte. Größere Ähnlichkeit mit dem heute gebräuchlichen Konzept hatte allerdings das System von Claudius Ptolemäus, der im 2. Jahrhundert n. Chr. lebte. Hier verliefen die Breitenkreise parallel zum Äquator, während der Ausgangspunkt für die Längengrade die Kanarischen Inseln waren, also der westlichste Punkt der damals bekannten Welt.

Im 19. Jahrhundert hatte schließlich jedes Land sein eigenes System für Längengrade und auch eine eigene Standardzeit. Das verkomplizierte natürlich die Angabe der Koordinaten von Orten auf der Landkarte. Viel komplexer war jedoch das Problem mit den verschiedenen Zeiten, zum Beispiel im Eisenbahnverkehr in den Vereinigten Staaten. Hier richteten sich die verschiedenen Eisenbahngesellschaften nach unterschiedlichen Zeiten aus, so dass es für einen Reisenden oft nur schwer zu durchschauen war, wann ein Zug denn nun wirklich abfährt.
Dies führte 1883 zur Einführung von Zeitzonen in den USA, eine Idee die sich später auf dem ganzen Erdball durchsetzte. Es wurde allerdings auch noch ein einheitlicher Zeitstandard und Nullmeridian gefordert.
Die Festlegung des Bezugspunktes für die Berechnung westlicher und östlicher Länge erfolgte 1884 im Zuge einer internationalen Meridiankonferenz. Der Londoner Stadtbezirk Greenwich als Sitz der alten Sternwarte entschied die Abstimmung für sich. Seitdem ist der Längengrad Greenwichs 0 und die Standardzeit basiert auf Greenwichs Ortszeit und wird heute UT (Universal Time) genannt.

1.2 Methoden und Geräte zur Navigation bzw. Ortsbestimmung

1.2.1 Frühe Navigation

Ursprünglich bestand marine Navigation darin, immer Sichtkontakt zum Land zu behalten. Ging dieser Sichtkontakt durch Nebel oder Sturm verloren, so war die Gefahr groß, dass das Schiff verloren ging.
Es war wohl bekannt, dass der Winkel zwischen dem Polarstern und dem Horizont den Breitengrad der aktuellen Position darstellt.
War dem Kapitän also der Breitengrad seines Zielhafens bekannt, so ging er folgendermaßen vor: zuerst segelte er auf den richtigen Breitengrad, dann musste bei der Fahrt nach Westen bzw. nach Osten irgendwann das Ziel ins Blickfeld geraten.
Die Erfindung des Kompass ermöglichte es den Navigatoren auch für kurze Zeit vom Land wegzusegeln, um eventuellen Hindernissen wie Nebel, einer Piratenbasis oder Untiefen auszuweichen, und trotzdem die Richtung zum Land zu wissen.
Im Mittelmeer war es jedoch recht sinnlos die Breite zu ermitteln, da sie nur um kleine Werte variiert. In diesen Gewässern war es am einfachsten über das so genannte Koppeln zu navigieren. Diese Methode ermöglicht (unter Berücksichtigung gegenwärtiger Wind- und Strömungsverhältnisse und der Schätzung von Richtung und Geschwindigkeit) anhand einer Seekarte den Kurs zu bestimmen.

1.2.2 Navigation mittels Gestirnen

Bei dieser Art sich zu orientieren, beobachtet der Navigator Sonne, Mond und Sterne, um die geographische Breite und Länge seiner Position zu ermitteln. Schon sehr früh (um 150 v. Chr.) wurde von den Griechen das so genannte Astrolabium (griechisch Sternnehmer Abb. 1) erfunden, das unter Gebrauch der Sonne und der Sterne geographische Breite, Richtung und Ortszeit zu berechnen ermöglichte.

Abb. 1 Das Astrolabium

Ein später erfundenes Messinstrument (Gunters Quadrant Abb. 2) ermöglichte ähnliche Messungen wie das Astrolabium. Auch Christoph Kolumbus versuchte dieses Gerät zu benutzen, kam aber damit nicht zurecht. Ein Quadrant besteht aus einer Metallplatte in Form eines Viertelkreises. Vom Mittelpunkt (des Kreises) hängt ein Gewicht (Lot) an einem Faden, der den gegenüberliegenden Kreisrand passiert. An diesem befindet sich eine Breitengradskala, an der der Navigator den aktuellen Breitengrad nur noch ablesen mußte.

Die Messung gestaltete sich folgendermaßen (siehe Abb. 3):
1. entlang einer Kante auf den Polarstern zielen
2. bei dem Punkt, an dem der Faden die Skala kreuzt, den Winkel ablesen, der im Falle des Polarsterns recht genau der geographischen Breite des Beobachters entspricht.

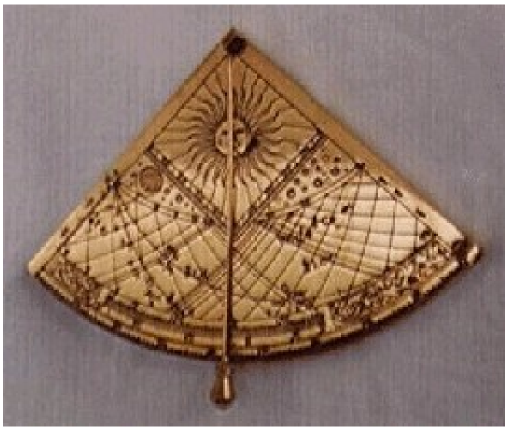


Abb. 2 Der Quadrant

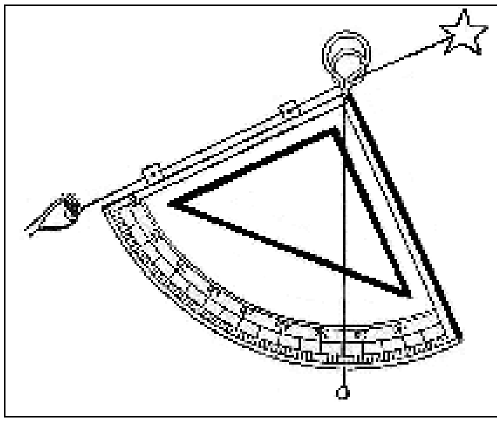


Abb. 3 Das Arbeiten mit dem Quadranten

Der Kreuzstab aus dem 15. Jahrhundert war im Gegensatz zum Astrolabium und dem Quadranten nicht auf ein Lot angewiesen. Dies beseitigte den Nachteil, bei rauer oder stürmischer See nicht messen zu können, weil das Lot nicht ruhig gehalten werden konnte. Der Kreuzstab verwendet zwei "gekreuzte Stäbe" als Peilhilfe. Das Ende des einen Stabs wird auf den Horizont gerichtet, wobei mit dem anderen Stab auf den Polarstern gezielt und der Winkel abgelesen wird. Die Nachteile waren, dass man Horizont und Stern zur gleichen Zeit im Auge behalten musste, es konnte daher nur kurz nach Sonnenuntergang und kurz vor Sonnenaufgang gemessen werden. Außerdem musste man sicher sein, den Kreuzstab vertikal zu halten. Ferner war es bei großen Winkeln sehr schwer, Horizont und Stern gleichzeitig zu beobachten.

Abb. 4 Der Sextant

Der Sextant (Abb. 4) stammt aus dem 18. Jahrhundert. Durch eine geschickte Anordnung von Spiegeln konnte man nun auch größere Winkel (90° oder mehr) mit großer Genauigkeit messen. Der Sextant funktioniert folgenderweise: der Navigator stellt den Sextanten auf Null und zielt mit dem kleinem Teleskop, das darauf montiert ist, auf einen Stern. Dann wird der bewegliche Spiegel so justiert, bis der Horizont direkt neben dem Stern erscheint. Jetzt lässt sich der Winkel ablesen. Anstatt eines Sterns konnte auch die Sonne zur Messung herangezogen werden. Um die Augen zu schützen, wurden in diesem Fall Sonnenfilter eingesetzt.

Schwieriger war die Bestimmung der geographischen Länge. Neben der Möglichkeit mit der Sonne zu arbeiten (dies setzte jedoch die Kenntnis der Weltzeit oder der Zonenzeit voraus, was früher das größte Problem darstellte und erst im 18. Jahrhundert durch die seetauglichen Chronometer von John Harrison gelöst wurde), gibt es noch eine andere Methode, nämlich die Bestimmung anhand einer Mondfinsternis. Sie sind aber sehr selten, sodass man sie nicht oft anwenden konnte bzw. kann. Diese seit frühen Zeiten bekannte Methode gestaltet sich sehr einfach. Zuerst ermittelt der Navigator mittels direkter Beobachtung die lokale Zeit (Ortszeit), wann die Finsternis beginnt oder endet. Besagte Zeit wird mit der lokalen Zeit desselben Ereignisses an einem anderen Ort verglichen (z.B. Vorausberechnung der Mondfinsternis in UT). Aus der Differenz beider Zeiten lässt sich die Differenz in geographischer Länge ermitteln (1 Stunde entspricht 15 Längengraden).

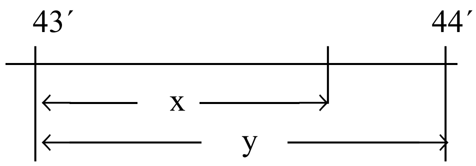
1.2.3 Moderne Navigation

Heutzutage, im Raumfahrtzeitalter, ist es jederzeit möglich, seine Position mittels GPS (Global Positioning Satellites) genauestens zu ermitteln.
Spezielle Satelliten in der Erdumlaufbahn senden ständig ihre Position und ein Zeitsignal. Der GPS-Empfänger (zum Beispiel im Auto installiert) kann dann mit den Signalen von mindestens drei Satelliten den Längen- und Breitengrad, Höhe und Zeit an seiner Position errechnen.

2) Ortsbestimmung der Schule anhand einer Karte

Mittels der beiliegenden Karte **(siehe Anhang 1)** haben wir zuerst die Koordinaten der Schule berechnet.

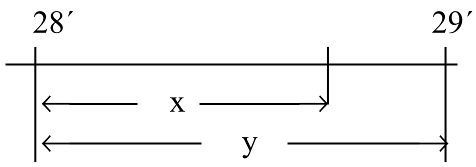
Die Abschätzung der Bogensekundenwerte der geogr. Länge:



x = 34 mm y = 35,2 mm ==> Wert / 60“ = x / y ==> Wert = 60“ * x / y = 58“

Die geogr. Länge: 9° 43´ 58“

Die Abschätzung der Bogensekundenwerte der geogr. Breite:



x = 33,3 mm y = 53,1 mm ==> Wert = 60“ * x / y = 38“

Die geogr. Breite: 47° 28´ 38“

Bemerkung: Heute würde man diese Bestimmung eher mit einem GPS Empfänger durchführen.

Abb. 5 Patrick beim Ausmessen der Karte

3) <u>Ortsbestimmung der Schule anhand der Sonne</u>

Mit Hilfe der in Punkt 3.1 beschriebenen Anordnung haben wir die Schattenlänge (Sonnenhöhe) zu verschiedenen Zeitpunkten über 4 Stunden hinweg gemessen.

Um die Beginnzeit der Messung zu bestimmen, ermittelten wir zuerst näherungsweise die Zeit des Meridiandurchganges der Sonne für diesen Tag.

Mit einem Programm erhielten wir für diesen Tag die Zeitgleichung zu 3 min 33 sec

Abb. 6 Bildschirmausdruck des Computerprogramms zur Bestimmung der Zeitgleichung (Die Zeitgleichung kann man auch im Internet finden)

MOZ ... Mittlere Ortszeit   WOZ = 12 Uhr (Meridiandurchgang) .... Wahre Ortszeit

Die Abweichung zwischen MOZ und MEZ beträgt für Vorarlberg ungefähr 20 min

MESZ = 1h + MEZ = 1h + 20min + MOZ = 1h + 20min + WOZ - Zeitgleichung

MESZ = 1h + 20min + 12h - 3min 33´ = 13h 16 min 27sec (Meridiandurchgang)

Damit begannen wir unsere Messungen am Samstag, dem 9. Mai 98, um 11Uhr20 und beendeten sie um 15Uhr10 Sommerzeit.

3.1 Zur Messanordnung

Da ein Stab auf Grund der nicht punktförmigen Sonne einen unscharfen Schatten wirft, verwendeten wir das Prinzip der Lochkamera. Ein Loch in einer Metallplatte erzeugt einen runden Lichtfleck. Der Lochdurchmesser wurde mit 4 mm gewählt, damit genügend Licht durchtreten konnte.

Den Stab haben wir geknickt, damit mit einem Lot (durch das Loch) der Fußpunkt bestimmt werden konnte. Dazu stellten wir ein verstellbares Physiktischchen mit einem aufgeklebten Papier (auf welches ein Fadenkreuz aufgezeichnet war) auf das Lot ein.
Die Höhe (Fußpunkt zu Lochmitte) ermittelten wir mit einem Maßstab zu 62 cm.

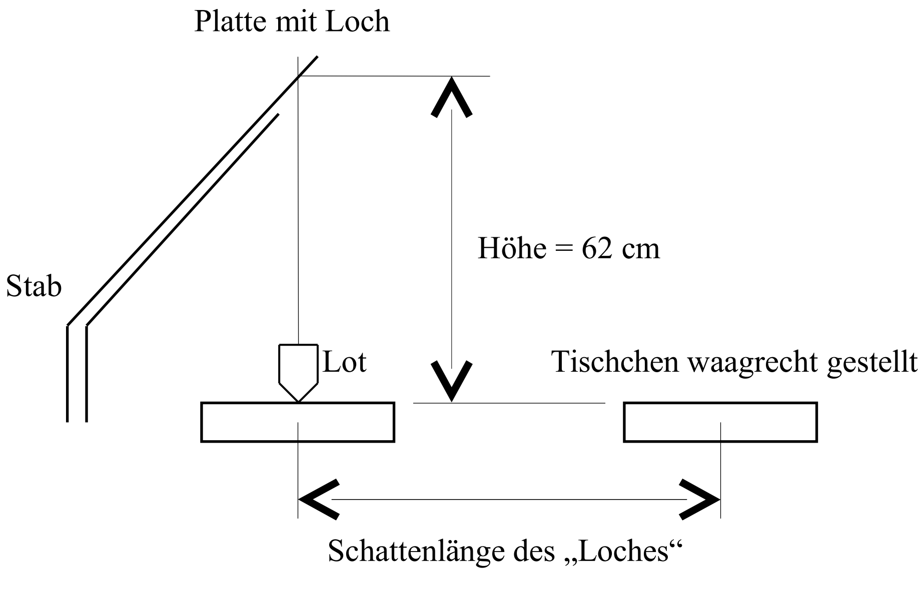


Abb. 7 Skizze der Messanordnung

VERBESSERUNG:

Da das Lot stark schwankte, war diese Einstellung sehr schwer. Nächstesmal würde ich eine andere Methode versuchen. Auf das Papier ein Pauspapier legen und das ruhige Lot mehrmals aufprallen lassen. Anhand der Aufprallpunkte kann dann der Mittelpunkt gemittelt werden.

Abb. 8 Mit dem Lot wird der Fußpunkt ermittelt. (Dies führten wir natürlich zu zweit durch, es fehlte jedoch eine dritte Person zum Fotografieren)

Ein zweites Tischchen stellten wir mit Hilfe einer Wasserwaage waagrecht zum 1. Tischchen. Auf diesem 2. Tischchen wurde dann ein auf ein Blatt Papier aufgezeichnetes Fadenkreuz auf die Mitte des runden Lichtflecks einjustiert. *(Die Einstellung des 1. Tischchens durfte natürlich während der gesamtem Messung nicht mehr verändert werden)*

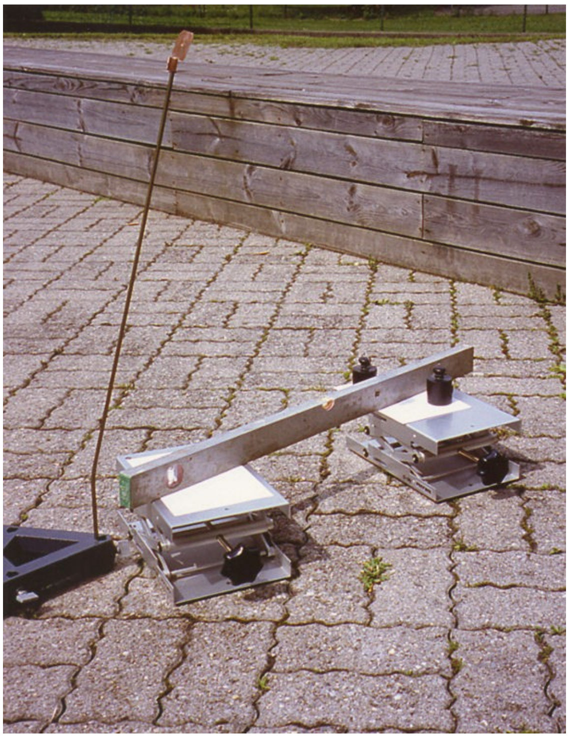


Abb. 9 Die 2 Tischchen werden waagrecht gestellt

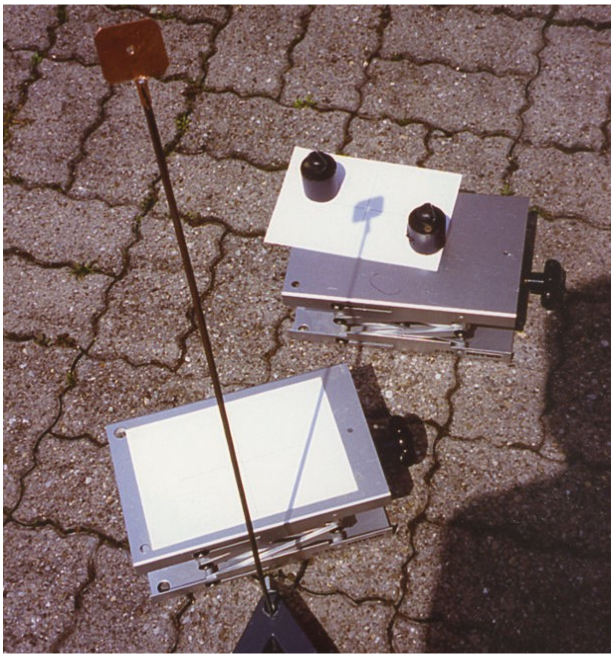


Abb. 10 Das Sonnenbild mit justiertem Fadenkreuz

Den Abstand zwischen den beiden Fadenkreuzmittelpunkten und damit die dem Loch entsprechende Schattenlänge konnten wir dann mit einem einfachen Maßstab bestimmen.

Abb. 11 Die Bestimmung der Schattenlänge (Auch diese Messungen führten wir zu zweit durch)

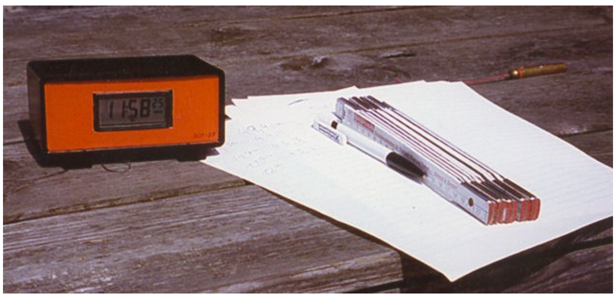


Abb. 12 Die Utensilien

3.2 Die Messwerte

Für die Zeitmessung wurde eine Funkuhr verwendet.

Zeit [MESZ]	**Schattenlänge [cm]**
11h20	49,4
11h30	47,1
11h40	45,3
11h50	43,5
12h00	41,8
12h10	40,4
12h20	39,2
12h30	38,1
12h40	37,3
12h50	36,7
13h00	36,2
13h10	36,0
13h17	**35,9**
13h20	35,9
13h30	36,0
13h40	36,4
13h50	36,95
14h00	37,7
14h10	38,6
14h20	39,8
14h30	41,1
14h40	42,5
14h50	44,1
15h00	46,0
15h10	48,1

3.3 Zur Auswertung

3.3.1 Die Bestimmung der geographischen Breite

Die maximale Sonnenhöhe α erhalten wir mit der kürzesten Schattenlänge (35,9 cm)

$$\alpha = \arctan(62/35{,}9) = 59{,}92777449°$$

Zur weiteren Berechnung benötigten wir noch die Deklination der Sonne.

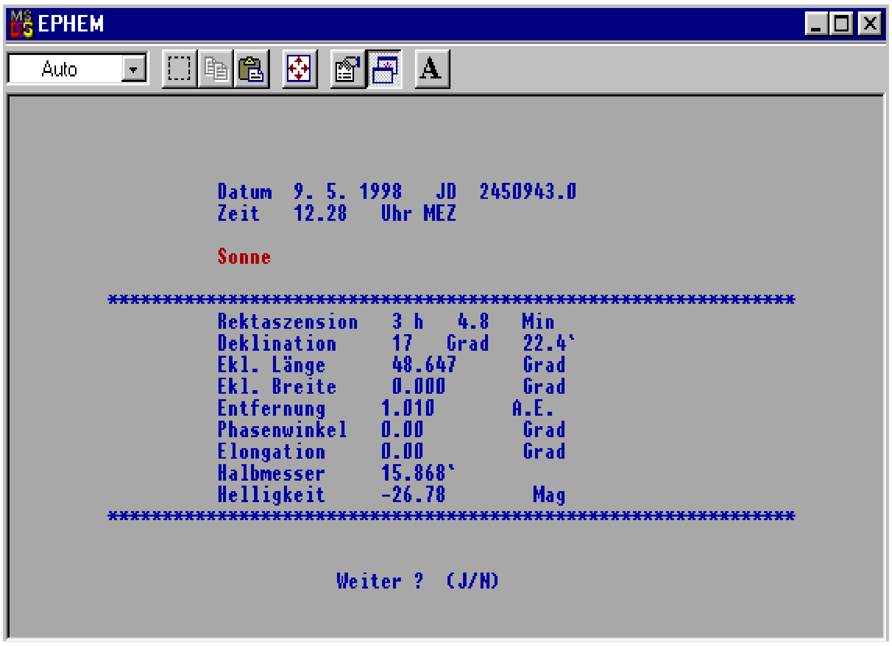


Abb. 13 Bildschirmausdruck des Computerprogramms zur Bestimmung der Deklination (Die Deklination der Sonne kann man auch im Internet finden)

Die Deklination beträgt: $\delta = 17° \, 22{,}4' = 17{,}37333333°$

Die geographische Breite erhalten wir jetzt mit: **90° - maximale Sonnenhöhe + δ**

Geographische Breite = 47° 26,73´

Die Abweichung zum Kartenwert mit **47° 28´ 38“** scheint auf den ersten Blick doch recht hoch zu sein. Bei genauerer Betrachtung ist der Wert jedoch sehr gut.

Sehr schwer war vor allem die genaue Bestimmung der Höhe des Loches über dem Fußpunkt mit einem normalen Maßstab. Ein Fehler bei der Höhenmessung um lediglich 0,8 mm ergibt für eine Höhe von 61,92cm (statt 62cm) den Wert von 47° 28´ 39“ also praktisch den Kartenwert.

Weiters war die exakte Bestimmung des Fußpunktes mit dem leider immer leicht schwingenden Lot sehr schwer, und mit dem klappbaren Maßstab konnten wir die Schattenlänge nur auf Millimeter genau ablesen. Gehen wir jetzt davon aus, dass bei der Bestimmung der minimalen

Schattenlänge lediglich ein Fehler von 0,5 mm auftrat, der Schatten z.B. 35,95 cm betrug, so erhalten wir mit der gemessenen Höhe von 62cm einen Wert von 47° 28´ 49“.

Damit können wir mit unserer Messung mehr als zufrieden sein

Ein grundlegender Fehler war im Nachhinein gesehen die Verwendung eines klappbaren Maßstabes. Hier hätten wir ein längeres festes Metalllineal verwenden sollen, wodurch auch ein Ablesen von Bruchteilen von Millimetern möglich gewesen wäre.

Kurz noch die Abweichung zum Kartenwert in Prozent:

$$\text{Abweichung} = \frac{47°\,28'\,38'' - 47°\,26{,}73'}{47°\,28'\,38''} * 100\% = 0{,}0668\,\%$$

Aussagekräftiger ist die Abweichung auf km umgerechnet:

Erdumfang	360°
x	Abweichung in °

Erdumfang = 2 * 6356,9 km * π (Polhalbmesser = 6356,9 km)

Die Abweichung in Grad = 0,031722222°

Die Abweichung in km x = Erdumfang * Abweichung in Grad / 360° = 3,52 km

3.3.2 Die Bestimmung der geographischen Länge

Zu jedem Wert vor dem Meridiandurchgang interpolieren wir den zugehörigen Wert mit derselben Schattenlänge nach dem Meridiandurchgang.
Die lineare Interpolation ergibt allerdings eine leichte Verkleinerung der Halbierungswerte, da der folgende Wert x bei linearer Interpolation immer ein wenig zu klein ist.

z.B. 11h30 Schattenlänge 47,1 cm
Dieselbe Schattenlänge tritt zwischen 15h00 und 15h10 auf.

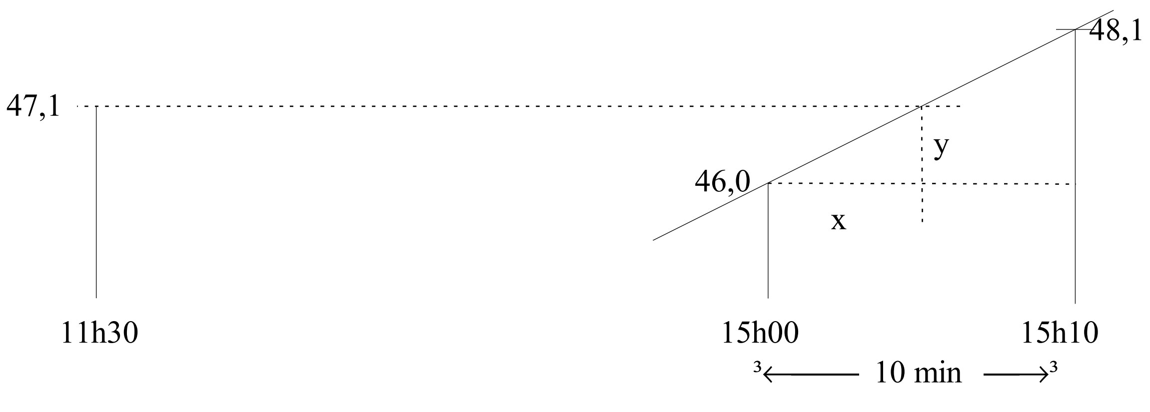


Abb. 14 Skizze zur Interpolation der gleichen Schattenlänge

Über die zwei ähnlichen Dreiecke erhalten wir den Wert für x

$$x = y * \frac{10 \text{ min}}{48{,}1 - 46{,}0} = (47{,}1 - 46{,}0) * \frac{10 \text{ min}}{48{,}1 - 46{,}0} = 5{,}24 \text{ min}$$

Damit haben wir um 15 Uhr 5,24 dieselbe Schattenlänge.

Jetzt bilden wir den Halbierungswert (11 Uhr 30 + 15 Uhr 5,24) / 2 = 13 Uhr 17,62 min

Nach diesem Schema wurde die folgende Tabelle erstellt:

Schattenlänge	1. Zeit	Interpol.Zeit	Halbierungswert
47,1	11h30	15h5,24	13h17,62
45,3	11h40	14h56,32	13h18,16
43,5	11h50	14h46,25	13h18,125
41,8	12h00	14h35	13h17,5
40,4	12h10	14h24,62	13h17,31
39,2	12h20	14h15	13h17,5
38,1	12h30	14h4,44	13h17,22
37,3	12h40	13h54,67	13h17,335
36,7	12h50	13h45,45	13h17,725
36,2	13h00	13h35	13h17,5

Für die 10 Halbierungswerte rechnen wir jetzt die Zeitverschiebung gegen den 15° Meridian.

<u>Die Berechnung des 1. Wertes</u>:

MESZ = 1h + Zeitverschiebung + 12h - 3min 33sec

Zeitverschiebung = MESZ - 12h - 1h + 3min 33sec
= 13h17,62 - 12h - 1h + 3min 33sec = 21,17 min

15° entsprechen 60 min
x° entsprechen 21,17 min ==> x = 15° * 21,17 / 60 = 5,2925°

Geographische Länge = 15° - x = 15° - 5,2925° = 9,7075° = 9° 42,45´

Nach diesem Schema berechnen wir auch die weiteren 9 Werte:

Werte	Geog. Breite
1	9° 42,45´
2	9° 34,35´
3	9° 34,875´
4	9° 44,25´
5	9° 47,1´
6	9° 44,25
7	9° 48,45´
8	9° 46,725´
9	9° 40,875´
10	9° 44,25´

Wir bilden nun den Mittelwert: 9° 42,76´

<u>Die Eliminierung des systematischen Fehlers bei x</u>

Wie schon am Kapitelanfang erwähnt, sind hier alle x-Werte durch die lineare Interpolation ein wenig zu klein, was sich auch in der daraus ermittelten geogr. Länge niederschlägt. Um diesen Fehler auszuschalten, haben wir die Methode auch noch umgekehrt und haben für jeden Schattenwert <u>nach</u> dem Meridiandurchgang auch den entsprechenden Wert <u>vor dem Durchgang interpoliert</u>. Ohne diese Berücksichtigung würde zwar der Mittelwert mit 9° 42,76´ näher am Kartenwert liegen, doch geht es um die Ehrlichkeit der Messung.

Um uns die Arbeit zu erleichtern, haben wir die gesamte Berechnung (inklusiv der bereits durchgeführten Berechnung mit Interpolation RECHTS) in Tabellenkalkulation programmiert.

(Rechenergebnisse siehe nächste Seite / zugehörige Formeln siehe Anhang 3)

Damit erhalten wir über alle 20 Werte gemittelt:

Geographische Länge = 9° 41,03´

Die Standardabweichung beträgt: 0,0788322° = 4,73´

Damit liegt der Kartenwert innerhalb der Standardabweichung.

Der relative Fehler beträgt: Standardabweichung/Mittelwert*100 = 0,81%

Bemerkung: *Der kleine Unterschied der Tabellenkalkulationswerte gegenüber den in 3.3.2 von Hand gerechneten Werten ergibt sich dadurch, dass wir dort immer auf 2 Stellen gerundet haben.*

Die 20 Werte, den Mittelwert und den Kartenwert, haben wir auf folgender Skala eingetragen

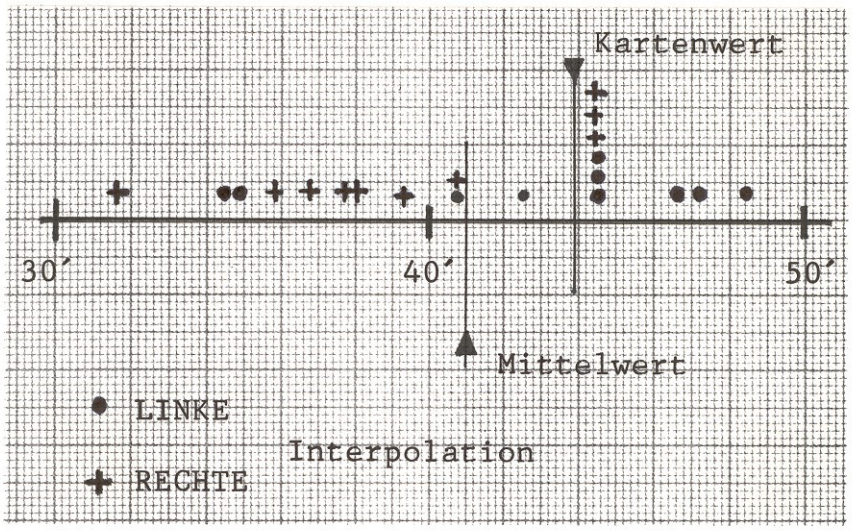


Abb. 15 Die Messwerte und der Kartenwert auf einer Skala eingezeichnet

Die Berechnung in Tabellenkalkulation (WORKS Version 3.0)

Interpolation RECHTS !

VOR		Meridiandurchgang	NACH			gleiche		Zeitversch.	Geog.			
h	min	Schatten	h	min	Schatten	Länge	Halbierung	in min	Länge	in °	min	(x-xm)^2
11	30	47,1	15	10	48,1	15,087302	13,29365079	21,16904762	9,7077381	9	42,464286	0,000571
11	40	45,3	15	0	46	14,938596	13,30263158	21,70789474	9,5730263	9	34,381579	0,0122804
11	50	43,5	14	50	44,1	14,770833	13,30208333	21,675	9,58125	9	34,875	0,0105253
12	0	41,8	14	40	42,5	14,583333	13,29166667	21,05	9,7375	9	44,25	0,0028791
12	10	40,4	14	30	41,1	14,410256	13,28846154	20,85769231	9,7855769	9	47,134615	0,0103498
12	20	39,2	14	20	39,8	14,25	13,29166667	21,05	9,7375	9	44,25	0,0028791
12	30	38,1	14	10	38,6	14,074074	13,28703704	20,77222222	9,8069444	9	48,416667	0,0151539
12	40	37,3	14	0	37,7	13,911111	13,28888889	20,88333333	9,7791667	9	46,75	0,0090866
12	50	36,7	13	50	36,95	13,757576	13,29545455	21,27727273	9,6806818	9	40,840909	9,993E-06
13	0	36,2	13	40	36,4	13,583333	13,29166667	21,05	9,7375	9	44,25	0,0028791
			13	30	36							

Interpolation LINKS !

VOR		Meridiandurchgang	NACH			gleiche		Zeitversch.	Geog.			
h	min	Schatten	h	min	Schatten	Länge	Halbierung	in min	Länge	in °	min	(x-xm)^2
11	20	49,4										
11	30	47,1	15	10	48,1	11,427536	13,29710145	21,37608696	9,6559783	9	39,358696	0,0007764
11	40	45,3	15	0	46	11,601852	13,30092593	21,60555556	9,5986111	9	35,916667	0,0072645
11	50	43,5	14	50	44,1	11,777778	13,30555556	21,88333333	9,5291667	9	31,75	0,0239248
12	0	41,8	14	40	42,5	11,931373	13,29901961	21,49117647	9,6272059	9	37,632353	0,0032078
12	10	40,4	14	30	41,1	12,083333	13,29166667	21,05	9,7375	9	44,25	0,0028791
12	20	39,2	14	20	39,8	12,25	13,29166667	21,05	9,7375	9	44,25	0,0028791
12	30	38,1	14	10	38,6	12,424242	13,29545455	21,27727273	9,6806818	9	40,840909	9,993E-06
12	40	37,3	14	0	37,7	12,583333	13,29166667	21,05	9,7375	9	44,25	0,0028791
12	50	36,7	13	50	36,95	12,763889	13,29861111	21,46666667	9,6333333	9	38	0,0025512
13	0	36,2	13	40	36,4	12,933333	13,3	21,55	9,6125	9	36,75	0,0050898

Mittel: 9,68384 9 41,0306

St. Abw. 4,72993 ´

<u>Wir rechnen jetzt auch hier noch die Abweichung zum Kartenwert in km um</u>.

Wir dürfen jedoch nicht einfach mit dem Äquatorumfang rechnen, sondern müssen bei der Umrechnung von Grad auf Kilometer die geographische Breite berücksichtigen. Dies erfolgt mit dem Kosinus der geogr. Breite, da auf unserer Breite der aktuelle Radius der Kosinus des Äquatorradius darstellt. Dieselbe Umrechnung gilt damit auch für den Umfang des Breitenkreises.

cos (gB) .... Kosinus der geogr. Breite

Erdumfang *cos(gB)	entspricht	360°
x	entspricht	Abweichung in Grad

Erdumfang = 2 * 6378,4 km * π (Äquatorhalbmesser = 6378,4 km)

Abweichung in Grad = 0,048934444°

Abweichung in km x = Erdumfang * cos(47,4772222) * Abweichung in Grad / 360°
= 3,68 km

4) <u>Quellen im Internet</u>

Für das Kapitel 1 wurden folgende Seiten aus dem Internet herangezogen:

http://secutron.dimension.de/stab/t7/st_7_2.html

http://ourworld.compuserve.com/homepages/Larry_Freeman/astro.htm

http://www1.minn.net/~keithp/cn.htm

http://www1.minn.net/~keithp/longi.htm

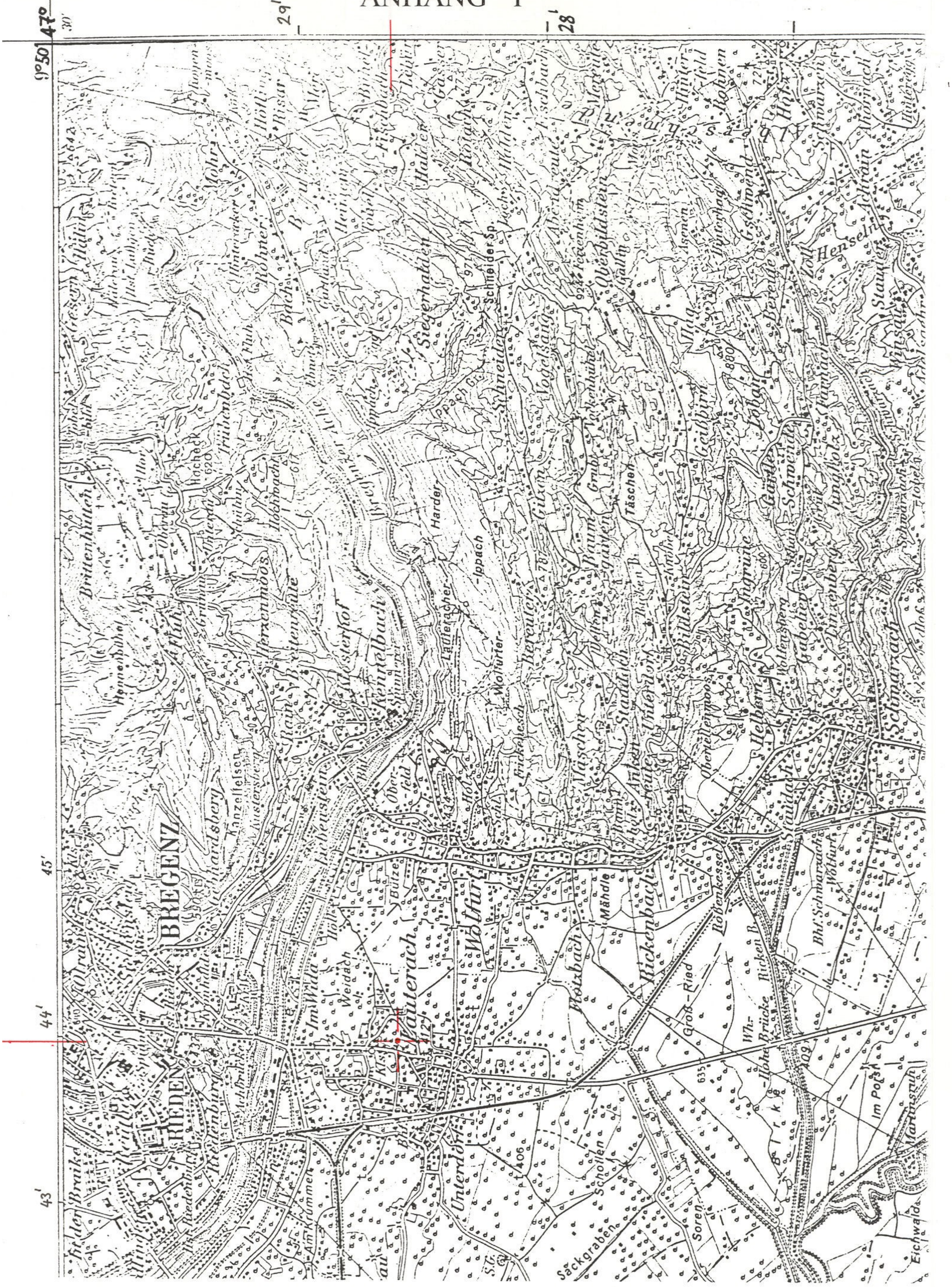
Die Abbildungen Abb. 1, Abb. 2 und Abb. 4 wurden aus folgender Seite übernommen:

http://ourworld.compuserve.com/homepages/Larry_Freeman/astro.htm

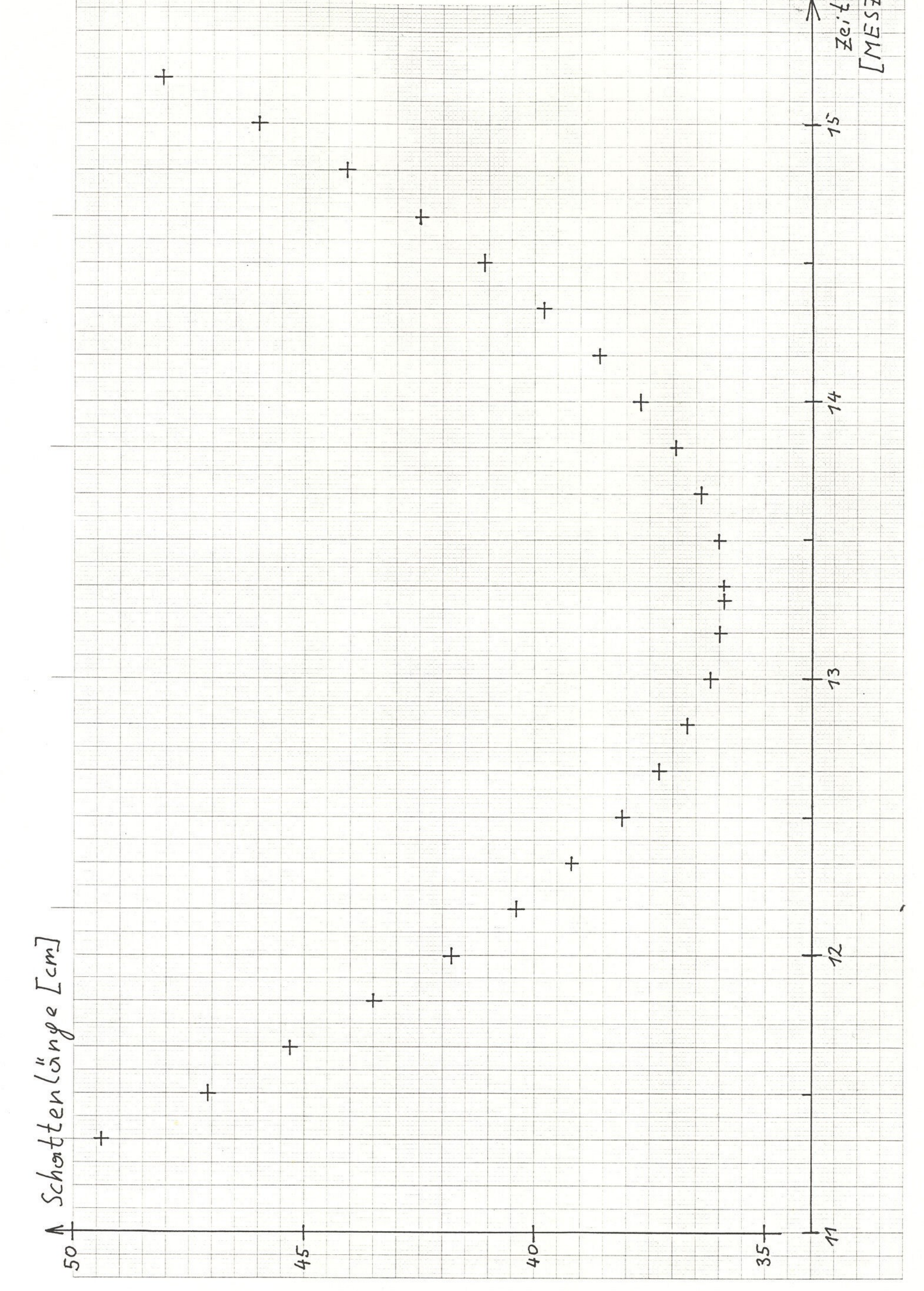
Für die Abb. 3 diente

http://www1.minn.net/~keithp/cn.htm als Quelle.

ANHANG 1


47°
9°50
29'
28'
45'
44'
43'
BREGENZ
RIEDEN
Lauterach
Wolfurt
Kennelbach
Schwarzach
Rickenbach
Unterdorf
Siegerhalden
Henseln

ANHANG 2



ANHANG 3

	A	B	C	E	F	G	I	J	K	L	M	N	O
1	**Interpolation RECHTS !**												
3	VOR			NACH									
4			Meridiandurchgang				gleiche		Zeitversch.	Geog.			
5	h	min	Schatten	h	min	Schatten	Länge	Halbierung	in min	Länge	in °	min	(x-xm)^2
6	11	30	47,1	15	10	48,1	=((C6-G7)*10/(G6-G7)+F7)/60+E7	=(I6+A6+B6/60)/2	=(J6-12-1+3/60+33/3600)*60	=15-(15*K6/60)	9	=(L6-9)*60	=(L35-L6)^2
7	11	40	45,3	15	0	46	=((C7-G8)*10/(G7-G8)+F8)/60+E8	=(I7+A7+B7/60)/2	=(J7-12-1+3/60+33/3600)*60	=15-(15*K7/60)	9	=(L7-9)*60	=(L35-L7)^2
8	11	50	43,5	14	50	44,1	=((C8-G9)*10/(G8-G9)+F9)/60+E9	=(I8+A8+B8/60)/2	=(J8-12-1+3/60+33/3600)*60	=15-(15*K8/60)	9	=(L8-9)*60	=(L35-L8)^2
9	12	0	41,8	14	40	42,5	=((C9-G10)*10/(G9-G10)+F10)/60+E10	=(I9+A9+B9/60)/2	=(J9-12-1+3/60+33/3600)*60	=15-(15*K9/60)	9	=(L9-9)*60	=(L35-L9)^2
10	12	10	40,4	14	30	41,1	=((C10-G11)*10/(G10-G11)+F11)/60+E11	=(I10+A10+B10/60)/2	=(J10-12-1+3/60+33/3600)*60	=15-(15*K10/60)	9	=(L10-9)*60	=(L35-L10)^2
11	12	20	39,2	14	20	39,8	=((C11-G12)*10/(G11-G12)+F12)/60+E12	=(I11+A11+B11/60)/2	=(J11-12-1+3/60+33/3600)*60	=15-(15*K11/60)	9	=(L11-9)*60	=(L35-L11)^2
12	12	30	38,1	14	10	38,6	=((C12-G13)*10/(G12-G13)+F13)/60+E13	=(I12+A12+B12/60)/2	=(J12-12-1+3/60+33/3600)*60	=15-(15*K12/60)	9	=(L12-9)*60	=(L35-L12)^2
13	12	40	37,3	14	0	37,7	=((C13-G14)*10/(G13-G14)+F14)/60+E14	=(I13+A13+B13/60)/2	=(J13-12-1+3/60+33/3600)*60	=15-(15*K13/60)	9	=(L13-9)*60	=(L35-L13)^2
14	12	50	36,7	13	50	36,95	=((C14-G15)*10/(G14-G15)+F15)/60+E15	=(I14+A14+B14/60)/2	=(J14-12-1+3/60+33/3600)*60	=15-(15*K14/60)	9	=(L14-9)*60	=(L35-L14)^2
15	13	0	36,2	13	40	36,4	=((C15-G16)*10/(G15-G16)+F16)/60+E16	=(I15+A15+B15/60)/2	=(J15-12-1+3/60+33/3600)*60	=15-(15*K15/60)	9	=(L15-9)*60	=(L35-L15)^2
16				13	30	36							
17													
18	**Interpolation LINKS !**												
20	VOR			NACH									
21			Meridiandurchgang				gleiche		Zeitversch.	Geog.			
22	h	min	Schatten	h	min	Schatten	Länge	Halbierung	in min	Länge	in °	min	(x-xm)^2
23	11	20	49,4										
24	11	30	47,1	15	10	48,1	=((C23-G24)*10/(C23-C24)+B23)/60+A23	=(I24+E24+F24/60)/2	=(J24-12-1+3/60+33/3600)*60	=15-(15*K24/60)	9	=(L24-9)*60	=(L35-L24)^2
25	11	40	45,3	15	0	46	=((C24-G25)*10/(C24-C25)+B24)/60+A24	=(I25+E25+F25/60)/2	=(J25-12-1+3/60+33/3600)*60	=15-(15*K25/60)	9	=(L25-9)*60	=(L35-L25)^2
26	11	50	43,5	14	50	44,1	=((C25-G26)*10/(C25-C26)+B25)/60+A25	=(I26+E26+F26/60)/2	=(J26-12-1+3/60+33/3600)*60	=15-(15*K26/60)	9	=(L26-9)*60	=(L35-L26)^2
27	12	0	41,8	14	40	42,5	=((C26-G27)*10/(C26-C27)+B26)/60+A26	=(I27+E27+F27/60)/2	=(J27-12-1+3/60+33/3600)*60	=15-(15*K27/60)	9	=(L27-9)*60	=(L35-L27)^2
28	12	10	40,4	14	30	41,1	=((C27-G28)*10/(C27-C28)+B27)/60+A27	=(I28+E28+F28/60)/2	=(J28-12-1+3/60+33/3600)*60	=15-(15*K28/60)	9	=(L28-9)*60	=(L35-L28)^2
29	12	20	39,2	14	20	39,8	=((C28-G29)*10/(C28-C29)+B28)/60+A28	=(I29+E29+F29/60)/2	=(J29-12-1+3/60+33/3600)*60	=15-(15*K29/60)	9	=(L29-9)*60	=(L35-L29)^2
30	12	30	38,1	14	10	38,6	=((C29-G30)*10/(C29-C30)+B29)/60+A29	=(I30+E30+F30/60)/2	=(J30-12-1+3/60+33/3600)*60	=15-(15*K30/60)	9	=(L30-9)*60	=(L35-L30)^2
31	12	40	37,3	14	0	37,7	=((C30-G31)*10/(C30-C31)+B30)/60+A30	=(I31+E31+F31/60)/2	=(J31-12-1+3/60+33/3600)*60	=15-(15*K31/60)	9	=(L31-9)*60	=(L35-L31)^2
32	12	50	36,7	13	50	36,95	=((C31-G32)*10/(C31-C32)+B31)/60+A31	=(I32+E32+F32/60)/2	=(J32-12-1+3/60+33/3600)*60	=15-(15*K32/60)	9	=(L32-9)*60	=(L35-L32)^2
33	13	0	36,2	13	40	36,4	=((C32-G33)*10/(C32-C33)+B32)/60+A32	=(I33+E33+F33/60)/2	=(J33-12-1+3/60+33/3600)*60	=15-(15*K33/60)	9	=(L33-9)*60	=(L35-L33)^2
34													
35									**Mittel:**	=(SUMME(L6:L15)+SUMME(L24:L33))/20	9	=(L35-9)*60	
36													
37									**St. Abw.**	=WURZEL((SUMME(O6:O15)+SUMME(O24:O33))/19)*60			

ANHANG 4

Höhe = 62cm

~~11^{20}~~	~~49,4 cm~~	13^{40}	36,4
11^{30}	47,1	13^{50}	36,95
11^{40}	45,3	14^{00}	37,7
11^{50}	43,5	14^{10}	38,6
12^{00}	41,8	14^{20}	39,8
12^{10}	40,4	14^{30}	41,1
12^{20}	39,2	14^{40}	42,5
12^{30}	38,1	14^{50}	44,1
12^{40}	37,3	15^{00}	46,0
12^{50}	36,7	15^{10}	48,1
13^{00}	36,2	~~15^{20}~~	
13^{10}	36,0		
$\boxed{13^{17}}$	35,9		
13^{20}	35,9		
13^{30}	36,0		

10 Werte